



FORSCHUNGSPROJEKT
„Quanten-Spin-Gläser“

CHOKRI MANAI
Elitestudiengang „TopMath“
Technische Universität München, März 2022

Quanten-Spin-Gläser

Chokri Manai promoviert im Rahmen des Eliteprogramms „TopMath“ an der Technischen Universität München. In seinem Promotionsprojekt befasst er sich mit der Mathematik ungeordneter Quantensysteme, insbesondere mit den sogenannten Quanten-Spin-Gläsern. Seine Forschungsleistungen wurden kürzlich mit dem TopMath Award gewürdigt.

Magnetische Systeme, Spin-Gläser, Parisi-Formel

Der Menschheit ist seit Jahrtausenden bekannt, dass bestimmte Metalle wie Eisen nicht nur von Magneten angezogen werden, sondern selbst nach Entfernen des Magneten noch anziehend auf andere Metalle wirken. Jene Metalle werden als ferromagnetisch bezeichnet und spielen in der Industrie als Dauermagneten oder als Bestandteil von Elektromotoren eine große Rolle. Erst mit der Entdeckung des Elektronspins, dem intrinsischen magnetischen Moment des Elektrons, und der Etablierung der Quantentheorie am Anfang des 20. Jahrhunderts konnte der Ferromagnetismus mikroskopisch erklärt werden. In Ferromagneten neigen die Spins benachbarter Elektronen dazu, in die gleiche Richtung zu zeigen, so dass auch nach Entfernen eines äußeren Magneten ein magnetisches Gesamtmoment im Metall bestehen bleibt.

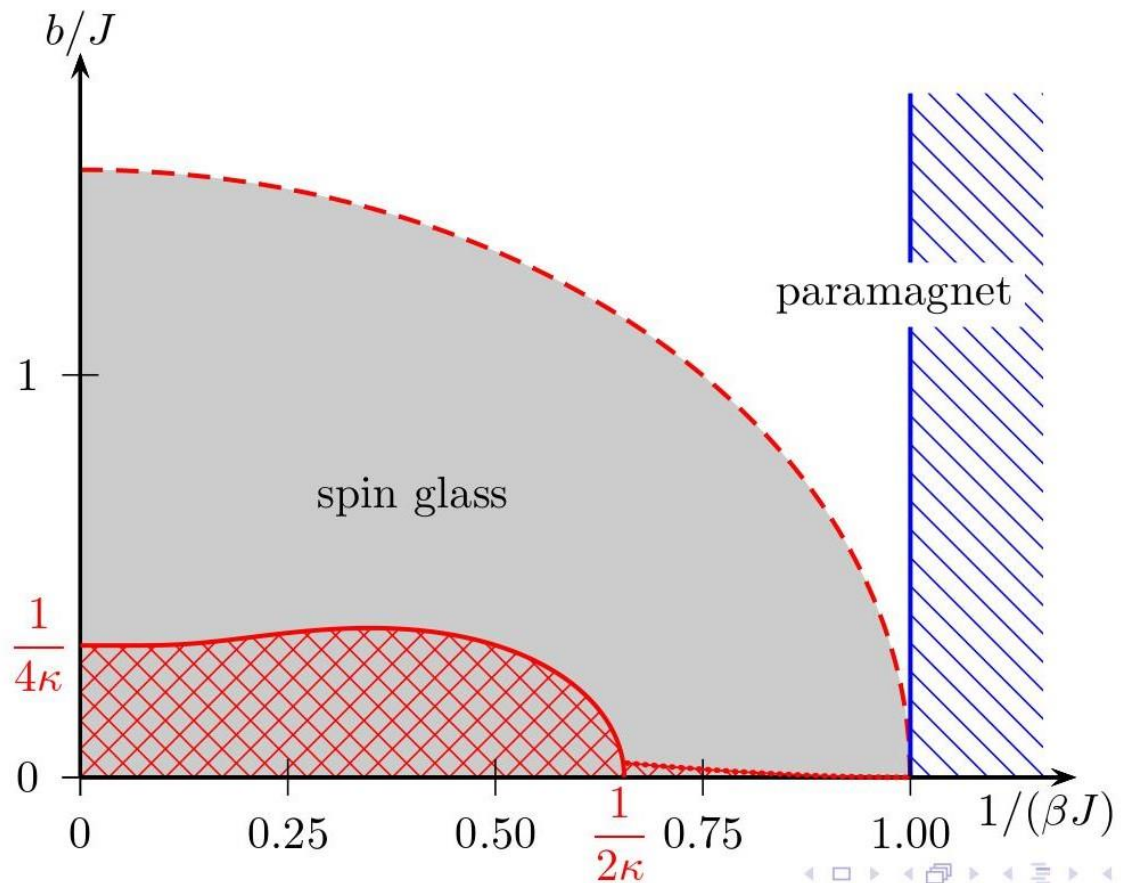
Neben dem Ferromagnetismus gibt es auch andere magnetische Ordnungen. Ein Beispiel sind Antiferromagneten, bei denen benachbarte Elektronenspins vorzugsweise in die entgegengesetzte Richtung zeigen. Im Falle von Spin-Gläsern ist die Wechselwirkung der einzelnen Spins zufällig, d. h. ein Spin-Paar kann sich ferromagnetisch verhalten, während das nächste Spin-Paar eine antiferromagnetische Wechselwirkung aufweist. Diese ungeordnete Struktur von Spin-Gläsern und die damit einhergehende komplexe Energielandschaft stellt bis heute eine große Herausforderung für Mathematiker und Physiker dar. Bisweilen existieren exakte Vorhersagen nur für eine kleine Gruppe von (vereinfachten) Modellen.

Eines der bekanntesten Modelle ist das sogenannte Sherrington-Kirkpatrick-Modell (SK), welches bereits 1970 eingeführt wurde. Das SK-Modell ist ein sogenanntes „mean field model“, d. h. alle Spins interagieren miteinander ohne Rücksicht auf die Geometrie und den Abstand der Teilchen. Trotz dieser starken Vereinfachung entdeckte erst einige Jahre später Giorgio Parisi eine geschlossene Formel für die freie Energie. Die Idee hinter der recht komplizierten Parisi-Formel ist, dass Spin-Gläser durch den Vergleich identischer Kopien, den Replicas, verstanden werden können. Unter anderem für diese Leistung erhielt Giorgio Parisi 2021 den Physik-Nobelpreis.

Spin-Gläser mit Quanten-Effekten

Das SK-Modell ist ein klassisches Modell, denn die Energie ist eine zufällige Funktion der Spin-Konfiguration und nicht, wie in der Quantenmechanik üblich, eine Matrix. Im Falle von Quanten-Spin-Gläsern wird versucht, die Quantennatur in Form einer Zufallsmatrix zu berücksichtigen. Bisher sind mathematische Resultate nur für Modelle bekannt, bei denen ein zusätzliches transversales magnetisches Feld an eine klassische Energielandschaft gekoppelt wird.

Chokri Manai untersuchte bislang in seiner Forschung zwei Modelle, das Quantum Random Energy Model (QREM) und das Quantum Sherrington-Kirkpatrick Modell (QSK). Im Fall vom QREM ist es gelungen, ein präzises Bild über das Phasendiagramm und die freie Energie zu präsentieren. Für das QSK konnte erstmals für ein Quanten-Spin-Glas Modell rigoros eine Glasphase bewiesen werden.



Schematischen Aufbau des Phasendiagramms vom QSK-Modell. Der graue Bereich markiert die numerische vorhergesagte Spin-Glas-Phase. Mathematisch bewiesen wurde die Spin-Glas-Ordnung in der roten Region, während durch eine vorhergehende Arbeit gezeigt wurde die Spin-Glas-Ordnung in der roten Region, während durch eine vorhergehende Arbeit gezeigt wurde, dass in der blauen Region der Edward-Anderson-Parameter verschwindet.

© Chokri Manai

Mehr zum Elitestudiengang:

www.elitenetzwerk.bayern.de

www.ma.tum.de/topmath

<https://www.ma.tum.de/de/news-events/studium/topmath/aktuelles/topmath-award-2021.html>

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10955-020-02492-5>

<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.127.207204>

<https://arxiv.org/abs/2007.03290>