



**FORSCHUNGSPROJEKT**  
„Das optimale Portfolio“

**Ben Spies**  
Elitestudiengang „TopMath“  
Technische Universität München, Juni 2024

## Das optimale Portfolio

Ben Spies hat das Promotionsprogramm TopMath an der Technischen Universität München (TUM) absolviert. Im Rahmen seiner Doktorarbeit am Lehrstuhl für Finanzmathematik hat er sich, gemeinsam mit Professor Dr. Rudi Zagst (TUM) und Professor Dr. Marcos Escobar-Anel (London, ON), mit dynamischer Portfoliooptimierung in der Klasse affiner GARCH-Modelle auseinandergesetzt.

### Eine unterschätzte Klasse von Finanzmarktmodellen

Um die Frage nach optimalen Anlagestrategien finanzmathematisch beantworten zu können, beschäftigt man sich zunächst mit der Modellierung von Aktienkursen als stochastische Prozesse. Das gewählte Modell sollte die statistischen Eigenschaften echter, an der Börse beobachteter Aktienkurse möglichst genau abbilden, aber gleichzeitig auch mathematisch verwendbar bleiben. Wird das Modell zu kompliziert, lassen sich die Anlagestrategien vielleicht nicht mehr berechnen. Ist das Modell nicht genau genug, bildet es die Realität nicht hinreichend ab und eine mathematische Lösung ist wertlos.

Die finanzmathematische Literatur teilt sich bezüglich der Modellierung von Aktienkursen grob in zwei Gruppen: Die einen verstehen Aktienkurse als stetige Funktionen der Zeit, bestimmen im Modell also für jeden beliebigen Zeitpunkt einen Kurswert. Auf dieser Annahme basiert ein Großteil der bisher existierenden Lösungen zum Thema Portfoliooptimierung. Die mathematischen Probleme können hier meist mittels Methoden der Differentialgleichungen gelöst werden. Alternativ zu zeitstetigen Modellen kann man die Kurse aber auch als zeitdiskrete Prozesse modellieren, den Preis der Aktie also nur zu festen, vorab definierten Zeitpunkten messen, beispielsweise täglich oder wöchentlich. Im Bereich der Portfoliooptimierung mit solchen zeitdiskreten Varianten klaffte bisher noch eine große Lücke, da sich die mathematischen Lösungen dort häufig nicht einfach berechnen lassen.

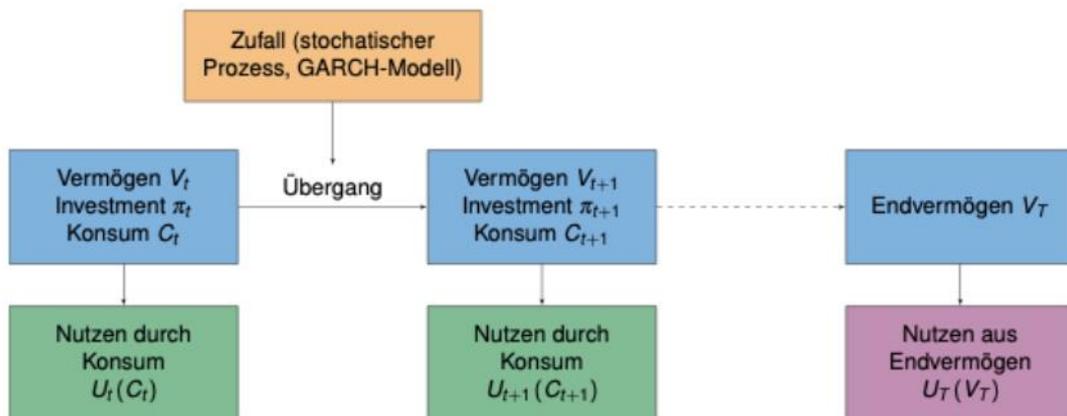
Die Klasse der sogenannten affinen GARCH-Modelle schafft hier Abhilfe: Da die momenterzeugende Funktion eine sehr praktische Darstellung besitzt, lassen sich viele interessante mathematische Probleme leichter lösen als mit anderen zeitdiskreten Modellen. Gleichzeitig bleiben aber die allgemeinen Vorteile zeitdiskreter Modelle, wie beispielsweise die unkomplizierte Kalibrierung der Parameter auf Datenbasis, erhalten.

### Von Konsum und Nutzenfunktionen

Ben Spies zeigte für die Klasse der affinen GARCH-Modelle in verschiedenen Publikationen einfach zu berechnende Lösungen für allgemeine Probleme der Portfoliooptimierung, insbesondere im Hinblick auf die Frage nach der optimalen Anlagestrategie. Die optimale Anlagestrategie zu bestimmen, bedeutet in diesem Fall, einen gewissen Teil des Kapitalstocks zu konsumieren und den Rest so zwischen Aktien und risikolosen Alternativen aufzuteilen, dass am Ende der Gesamtnutzen maximiert wird. Der Gesamtnutzen errechnet sich über spezielle Nutzenfunktionen aus dem Teil des Vermögens, der zwischendurch konsumiert wird, und dem Wert des noch investierten Vermögens am Ende des Investitionszeitraums.

Über datenbasierte Studien konnten interessante Einblicke in die Eigenschaften der errechneten Lösungen gewonnen werden. So zeigte sich, dass es sich durchaus lohnt, Aktienkurse mit GARCH-Modellen statt mit einfacheren, ebenfalls zeitdiskreten Varianten zu modellieren. Außerdem legten die Untersuchungen jedoch offen, dass kompliziertere Konstruktionen innerhalb der Klasse affiner GARCH-Modelle keinen signifikanten Vorteil bringen.

Für die Zukunft hat die Fachwelt noch einige Fragen zu klären. So ist zum Beispiel offen, welche Rolle der Abstand zwischen zwei Zeitpunkten im diskreten Modell spielt, und welche Auswirkungen das für Anleger hat, die ihr Portfolio nicht so genau im Auge behalten.



Zeitdiskrete Modellierung von Portfolio-Problemen. Ziel ist es, den Gesamtnutzen durch Steuerung von Konsum und Investment zu maximieren. Die Schwierigkeit entsteht dadurch, dass zukünftige Aktienkurse unbekannt und zufallsabhängig sind.

© Dr. Ben Spies

## Mehr zum Elitestudiengang:

🔗 [www.elitenetzwerk.bayern.de](http://www.elitenetzwerk.bayern.de)

🔗 <https://www.cit.tum.de/en/cit/studies/degree-programs/topmath/>

🔗 <https://doi.org/10.1080/1350486X.2022.2101010>

🔗 <https://doi.org/10.1016/j.frl.2023.104749>

🔗 <https://doi.org/10.1007/s00291-024-00749-z>