



MASTERARBEIT

„Chiralität in frustrierten Spin-Systemen“

MARWIN FORSTER

Elitestudiengang TopMath

Technische Universität München, Dezember 2018

Chiralität in frustrierten Spin-Systemen

Marwin Forster ist Studierender des Elitestudiengangs TopMath an der Technischen Universität München (TUM). In seiner Masterarbeit beschäftigte sich der Mathematiker 2018 mit einem physikalischen Modell für ein Gitter von Spins, in dem Frustration auftritt. Mithilfe der mathematischen Methode der sogenannten Γ -Konvergenz untersuchte er es in Hinblick auf Chiralitätsübergänge.

F-AF-Spinkettenmodell: Ein frustriertes magnetisches System

Die magnetischen Eigenschaften eines Materials entstehen durch elementare magnetische Momente (Spins), die man sich als gleichmäßig im Material verteilte Pfeile vorstellen kann. Beim Magnetisieren eines Stücks Eisen werden die Spins parallel ausgerichtet. Wechselwirkungen der Spins untereinander sorgen dafür, dass diese Ordnung auch ohne die Einwirkung eines äußeren Magnetfelds bestehen bleibt.

Das F-AF-Spinkettenmodell beschreibt ein spezielles magnetisches System, in dem die Spins zu einer eindimensionalen Kette angeordnet sind und auf zweierlei Art miteinander wechselwirken:

1. über ferromagnetische (F-) Wechselwirkungen nächster Nachbarn; diese begünstigen es, wenn Spins mit einer Entfernung von 1 Gitterabstand gleich ausgerichtet sind,
2. über antiferromagnetische (AF-) Wechselwirkungen übernächster Nachbarn; sie begünstigen ein entgegengesetztes Ausrichten von Spins mit einer Entfernung von 2 Gitterabständen.

Da die Wechselwirkungen miteinander in Konflikt stehen, sagt man, dass dieses magnetische System frustriert ist. Frustrierte magnetische Systeme treten in der Natur in der Regel nur unter sehr speziellen Bedingungen auf, zeigen aber ein interessantes Verhalten.

Ihre Grundzustände (Zustände minimaler Energie) können „unerwartete“ Geometrien aufweisen. Im Fall des F-AF-Spinkettenmodells hängen diese von der relativen Stärke der F- und AF-Wechselwirkungen ab: Sind die AF-Wechselwirkungen zu schwach, richten sich alle Spins gleich aus. Andernfalls sind Grundzustände chiral, d. h. jeder Spin ist gegenüber seinem linken Nachbarn um denselben Winkel und in dieselbe Richtung verdreht. Damit besitzt die gesamte Kette einen einheitlichen Drehsinn (Chiralität).

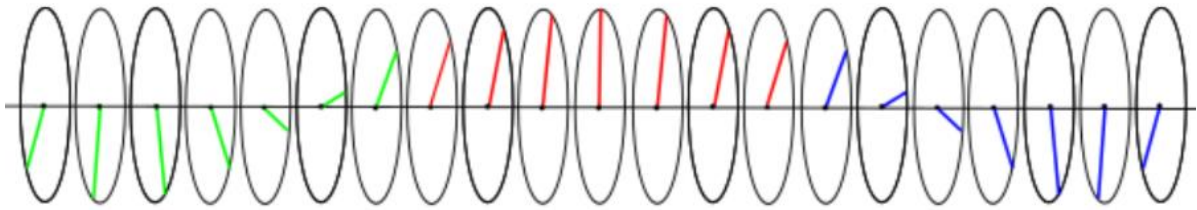
Chiralitätsübergänge

In seiner Arbeit hat sich Marwin Forster mit Zuständen des Systems befasst, welche mehrere Bereiche, sogenannte Phasen, mit unterschiedlicher Chiralität besitzen. Sie sind getrennt durch kürzere Abschnitte, auf denen sich die Chiralität ändert (sog. Übergänge). Die Energie eines solchen Zustands ist gegenüber der eines Grundzustands um eine bestimmte Energiedifferenz pro Übergang erhöht. Doch wie hoch ist diese Energiedifferenz mindestens? Und wie sieht ein optimaler Übergang aus?

Mithilfe mathematischer Methoden konnte bereits eine (näherungsweise) Antwort auf diese Fragen gefunden werden. In seiner Arbeit hat Marwin Forster nach ähnlichen Antworten für ein Modell gesucht, in dem die Partikel in einem zweidimensionalen Gitter angeordnet sind.

Seine Arbeit zeigt, dass sich mit den Methoden, die auch schon im 1D-Modell verwendet wurden, für das 2D-Modell ähnliche Ergebnisse erzielen lassen. Z. B. finden die Chiralitätsübergänge im 1D-Fall auf Umgebungen einer endlichen Zahl von Punkten statt, welche die Phasen unterschiedlicher Chiralität trennen. Entsprechend finden im 2D-Fall die Übergänge in Umgebungen einer oder mehrerer Trennlinien im zweidimensionalen Gitter statt.

Marwin Forster stellte aber auch fest, dass die vom 1D-Fall bekannten Methoden nicht ausreichen, um das Verhalten des 2D-Modells umfassend zu verstehen, und führte neue Methoden ein, um mit diesem Problem umzugehen. Ein wichtiger Unterschied ist, dass es im 2D-Fall mit der horizontalen und vertikalen Chiralität, d. h. dem Drehsinn entlang von Zeilen bzw. Spalten des Gitters, zwei unterschiedliche Chiralitäten gibt. Sie können sowohl gleichzeitig als auch unabhängig voneinander einen Übergang haben. Marwin Forster fand heraus, dass die Geometrie der Trennlinien von der Art des Übergangs abhängt: Handelt es sich um einen gleichzeitigen Übergang der horizontalen und vertikalen Chiralität, muss die Linie (näherungsweise) diagonal verlaufen. Hat nur die horizontale Chiralität einen Übergang, verläuft sie vertikal, bei einem Übergang der vertikalen Chiralität ist sie horizontal.



Das Bild zeigt einen Chiralitätsübergang auf einer eindimensionalen Spinkette. Die Bereiche in grün und blau sind die Phasen unterschiedlicher Chiralität (entgegen dem Uhrzeigersinn bzw. im Uhrzeigersinn). Im dazwischen liegenden roten Bereich findet ein Chiralitätsübergang statt.
Rechte: kein Copyright

Mehr zum Elitestudiengang TopMath:

🔗 <https://www.ma.tum.de/topmath>