



**MASTERARBEIT**

„Abgeleitete Größen in DGL“

**MARKUS BÜTTNER**

Elitestudiengang „Scientific Computing“

Universität Bayreuth, 2023

## Approximation von Quantities of Interest

Markus Büttner hat im Elitestudienprogramm „Scientific Computing“ an der Universität Bayreuth studiert. Im Rahmen seiner Masterarbeit hat er für den Lehrstuhl Angewandte und Numerische Analysis eine Softwarebibliothek entworfen, mit der sogenannte „Quantities of Interest“ von parameterabhängigen Differentialgleichungen approximiert werden können.

### Parameterabhängige DGL und Quantities of Interest

Viele Prozesse in den Natur- und Ingenieurwissenschaften werden mit Differentialgleichungen (DGL) modelliert. Häufig können diese nicht analytisch gelöst werden, weshalb effiziente numerische Verfahren zum Einsatz kommen. Bei der Modellierung kann es vorkommen, dass bestimmte Parameter nicht genau bekannt sind bzw. mit Unsicherheiten behaftet sind. Dies kann zum Beispiel ein Materialparameter sein, der nicht genau bekannt ist oder durch Fertigungsfehler schwanken kann. Nun ist man aber nicht direkt an der Lösung der Differentialgleichung interessiert, sondern an einer abgeleiteten Größe, die auch „Quantity of Interest“ genannt wird. Eine solche Quantity of Interest kann zum Beispiel die maximale Spannung sein, die bei der Belastung einer Brücke auftritt.

### Approximation der Quantity of Interest

Trotz der effizienten numerischen Verfahren zur Lösung von DGLen kann eine einzelne Berechnung der Quantity of Interest sehr teuer sein. Deshalb betrachtet man die Quantity of Interest als Funktion der unbekanntem Parameter und versucht, diese mit bekannten Verfahren der Numerik zu approximieren. Ein derartiges Verfahren ist die Approximation mit Radialen Basisfunktionen. Sie sind theoretisch gut erforscht, können leicht in mehreren Dimensionen verwendet werden und sind numerisch effizient. Für den Approximationsprozess muss die Quantity of Interest einmalig an mehreren im Parameterraum gleichmäßig verteilten Punkten ausgewertet werden.

### Implementierung in der Software

Für die Masterarbeit wurde dieser Approximationsprozess in einer C++-Bibliothek implementiert und mit mehreren Modellen getestet. Im Fokus war hierbei sowohl eine modulare Implementierung, bei welcher verschiedene Teile einfach ausgetauscht werden können, als auch die Performance dieser Implementierung. Dafür wurde zum einen auf theoretischer Basis eine neue Darstellung eines Approximationsoperators bewiesen, zum anderen wurde auch die Verwendung von Grafikkarten zur Berechnung der Approximanten evaluiert.

Mehr zum Elitestudiengang:

 [www.elitenetzwerk.bayern.de](http://www.elitenetzwerk.bayern.de)

 [Master Scientific Computing | University of Bayreuth \(uni-bayreuth.de\)](https://www.uni-bayreuth.de/master-science-computing/)